

APLICACIONES DEL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN INGENIERIA

Recopilación de las comunicaciones presentadas en el
1.º simposium nacional sobre aplicaciones del método
de los elementos finitos en ingeniería.

Editado por:
E. Oñate, E. E. Alonso y M. Casteleiro
Escuela Técnica Superior de Ingenieros
de Caminos, Canales y Puertos.
Universidad Politécnica de Barcelona.

APLICACION DEL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS A LOS PROBLEMAS DE AMPLIFICACION DINAMICA DE SUELOS.

CARLOS MIRAGALL E.T.S.I.C.C.P. Valencia
AVELINO SAMARTIN E.T.S.I.C.C.P. Santander

1.- INTRODUCCION

En el análisis de estructuras situadas en un emplazamiento de riesgo sísmico, es necesario conocer las características de un posible movimiento sísmico actuante, en la cota de cimentación de la estructura.

La importancia del papel que juega el suelo circundante a la estructura en la modificación de las características del movimientos sísmico (principalmente en cuanto a amplitudes y contenido frecuencial), es bien conocida (1),(2),(3), denominandose amplificación sísmica a este fenómeno.

En el caso de estructuras importantes, como Centrales Nucleares, presas, etc., o terrenos muy blandos, la presencia de la propia estructura también afecta de forma significativa al movimiento, dando lugar al fenómeno de la interacción suelo-estructura.

En esta comunicación se tratará únicamente del problema de la amplificación de las ondas sísmicas causantes del movimiento del suelo, y del análisis de la respuesta del mismo en ausencia de la estructura. Este movimiento del suelo denominado "movimiento del campo libre"(free field motion) puede, bien ser utilizado directamente en el análisis de la estructura, despreciando los efectos de la interacción, o emplearse como "input" en ciertas técnicas de análisis de interacción suelo-estructura.(4)

2.- MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL ANALISIS DE LA AMPLIFICACION NO LINEAL DEL MOVIMIENTO SISMICO.

2.1.- Planteamiento del problema

De ordinario, las propiedades del terreno varían

más rápidamente en dirección vertical que en horizontal. Por ello, un modelo unidimensional del suelo puede, en muchas ocasiones, considerarse suficientemente apropiado para el tratamiento de este tipo de problemas. Con estas condiciones, y de acuerdo con la hipótesis de Kanai (5) el movimiento horizontal del suelo puede suponerse ocasionado principalmente por la acción de las ondas sísmicas transversales (tipo S) que se propagan verticalmente. La ecuación del movimiento adopta la forma (Figura 1)

$$\rho(z) \cdot \ddot{u}(z,t) - \frac{\partial \tau(z,t)}{\partial z} = 0 \quad \dots (1)$$

Siendo:

$\rho(z)$: densidad másica a la profundidad z
 $\ddot{u}(z,t)$: aceleración
 $\tau(z,t)$: tensión de corte

Siendo las condiciones de contorno las que se muestran en la figura.

Roesset y Whitman (6) han resuelto la ecuación (1) para un medio elástico o visco-elástico multiestratificado, determinando las funciones complejas de amplificación del depósito de suelos. Con ayuda de estas funciones de transferencia, y mediante un análisis en frecuencias, es posible, conocido el movimiento de la base rocosa $U_b(t)$, determinar el movimiento en cualquier punto del terreno.

Como es bien conocido, los suelos muestran un comportamiento no lineal-histerético a partir de deformaciones tangenciales relativas de 10^{-5} m/m, o incluso menores (7). Por ello, y dado que el análisis en frecuencias implica el principio de superposición, el procedimiento anterior no es aplicable cuando el movimiento sísmico es de cierta intensidad.

Se ha intentado por Schnabel, Lysmer y Seed (8) soslayar esta dificultad utilizando un análisis en el dominio de la frecuencia con propiedades del suelo "compatibles" con el nivel de deformaciones que puede alcanzar el suelo en su movimiento. Para ello se introduce arbitrariamente una "deformación característica" igual a 0.6 ó 0.7 de la deformación máxima, realizando un análisis lineal con las propiedades del suelo correspondientes a ese nivel de deformación. Este procedimiento presenta las desventajas inherentes a un análisis no lineal: fuertes resonancias en torno a las frecuencias propias del sistema, e incapacidad para reflejar características genuinamente no lineales, como las deformaciones permanentes.

Un análisis en el dominio del tiempo es, sin du

da, el procedimiento más adecuado (aunque quizá no el más económico desde un punto de vista computacional) para la integración de la ecuación del movimiento (1) cuando el suelo presenta un comportamiento fuertemente no lineal. Pueden utilizarse en este caso unas - apropiadas ecuaciones constitutivas en cada capa de - suelo, ajustando los parámetros de las relaciones tensión-deformación "a priori" a partir de resultados de ensayos.

En esta línea, es clásico el modelo de masas - concentradas debido a Seed e Idriss (9), de utilidad para la comprensión intuitiva del problema (FIGURA 2)

2.2.- Formulación adoptada

En el presente trabajo se han planteado las ecuaciones del movimiento en su forma discreta mediante - la modelización del perfil de suelos (supuesto indefinido horizontalmente) en elementos finitos unidimensionales (FIGURA 3)

La acción sísmica de entrada puede representarse por un movimiento horizontal especificado en el punto B $U_B(t)$, el cual se hace coincidir con el que - se registraría en un cercano afloramiento a la superficie de la roca base. Esta hipótesis ignora el efecto de interacción suelo-roca, considerando ésta infinitamente rígida.

Si se asimila la roca base a un semiespacio de comportamiento elástico, puede determinarse analíticamente la fuerza cortante $\tau_B(t)$ de interacción suelo-roca (10)

$$\tau_B(t) = V_{Sr} \rho_r [\dot{U}_r(t) - \dot{U}_B(t)] \quad \dots (2)$$

Siendo:

$U_r(t)$: desplazamiento en la superficie libre de la roca base (registro de entrada)

$U_B(t)$: desplazamiento del punto B

V_{Sr} : velocidad de propagación de la onda de corte en la roca

$$V_{Sr} = G/\rho_r$$

ρ_r : Densidad másica de la roca base.

Se ha planteado la ecuación matricial del sistema siguiendo los pasos habituales:

El campo de desplazamientos transversales del elemento $U(\xi)$ se expresa en términos de los desplazamientos nodales (FIGURA 4)

$$U(\xi) = \begin{bmatrix} \xi & (1-\xi) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} \quad \dots (3-a)$$

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{h_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} \quad \dots (3-b)$$

Por aplicación del teorema del trabajo virtual se obtiene la ecuación del movimiento del elemento

$$\underline{\underline{M}}_e \ddot{\underline{U}}_e + \underline{\underline{C}}_e \dot{\underline{U}}_e + \underline{\underline{K}}_e \underline{U}_e = \underline{P}_e(t) \quad \dots (4)$$

Siendo:

$\underline{P}_e(t)$: vector de fuerzas nodales, incluyendo las interelementales

$\underline{\underline{K}}_e$: matriz de rigidez elemental

$$\underline{\underline{K}}_e = \frac{G_e}{h_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underline{\underline{M}}_e$: matriz de masas elementales

$$\underline{\underline{M}}_e = \rho_e h_e \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$\underline{\underline{C}}_e$: matriz de amortiguamiento

$$\underline{\underline{C}}_e = \mu_e h_e \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Por ensamblaje de las ecuaciones (4) se obtiene, por fin, la ecuación del movimiento del sistema global.

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{U}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{U}} + \underline{\underline{K}} \underline{U} = \underline{J} \rho_r V_{Sr} \dot{\underline{U}}_r(t) \quad \dots (5)$$

Siendo:

$\underline{\underline{M}}, \underline{\underline{C}}, \underline{\underline{K}}$ respectivamente, matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema global.

$\ddot{\underline{U}}, \dot{\underline{U}}, \underline{U}$ vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos nodales.

$$\underline{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

ρ_r, V_{Sr} densidad másica y velocidad de onda de corte en la roca
 $\dot{U}_r(t)$ registro de velocidades en la superficie de la roca

En la ecuación (5) el efecto de la fuerza $\tau_B(t)$ de interacción suelo-roca aparece en el término independiente y en un término adicional (amortiguamiento geométrico o de radiación) de la matriz de amortiguamiento \underline{C} .

Para la integración de la ecuación (5) es conveniente realizar algunas transformaciones:

Teniendo en cuenta que el producto matricial $\underline{K} \cdot \underline{U}$ representa el efecto de las tensiones elementales sobre los nudos es posible escribir

$$\underline{K} \cdot \underline{U} = \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 - \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_i - \tau_{i-1} \\ \vdots \\ \tau_N - \tau_{N-1} \\ -\tau_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & & \dots & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_i \\ \vdots \\ \tau_{N-1} \\ \tau_N \end{Bmatrix} \equiv \underline{L} \underline{T} \quad \dots (6)$$

$$\underline{R} = \underline{M} \cdot \ddot{\underline{U}} \quad (\text{vector de fuerzas de ... (7) inercia})$$

La ecuación del movimiento (5) puede reescribirse de una forma más conveniente, en términos de las tensiones de corte:

$$\underline{R} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{L} \underline{T} = \underline{J} \rho_r V_{Sr} \dot{\underline{U}}_r(t) \quad \dots (8)$$

En este punto se hace necesario definir formalmente la variación de las tensiones \underline{T} con las deformaciones del suelo. Para ello es posible utilizar:

- a) Modelos basados en teorías de Plasticidad y Elasto-Plasticidad, los cuales tienen la ventaja de un tratamiento más riguroso y lógico de situaciones bi o tridimensionales. Por - contra, sus parámetros son a menudo de difícil ajuste a partir de resultados de ensayos sencillos. Además, la mayor parte de los modelos existentes son aplicables únicamente al caso de carga monótonamente creciente o a - condiciones de colapso bajo cargas de corta duración y gran intensidad, pero no reproducen correctamente el comportamiento del suelo

bajo cargas cíclicas con grandes deformaciones de signo alternante (situación producida cuando actúan excitaciones sísmicas)

- b) Modelos empíricos basados en los resultados de ensayos relativamente simples. Entre ellos el modelo de Ramberg y Osgood (11) es muy apropiado para el tratamiento de problemas monodimensionales.

En este modelo, la relación entre la deformación del elemento y la tensión de corte puede expresarse mediante la ecuación:

$$\frac{\gamma - \gamma_0}{c \gamma_y} = \frac{\tau - \tau_0}{c \tau_y} \left(1 + \alpha \left| \frac{\tau - \tau_0}{c \tau_y} \right|^{r-1} \right) \dots (9)$$

En donde:

γ : deformación transversal

τ : tensión transversal

c : parámetro que adopta el valor $c=1$ para la curva de carga monótona y $c=2$ para las curvas de descarga y recarga

γ_0, τ_0 : coordenadas en el plano $\gamma - \tau$ del punto de inversión de carga
Para la curva de carga monótona $\gamma_0, \tau_0 = 0$

γ_y : deformación característica

$\tau_y = G_0 \cdot \gamma_y$ (G_0 : Módulo transversal a pequeñas deformaciones)

α, r : parámetros adimensionales

En la figura 5 se han representado las distintas ramas de la relación de Ramberg-Osgood.

Debe notarse que para $\alpha=0$ se obtiene un sistema lineal, y para $r \rightarrow \infty$, un sistema de comportamiento elastoplástico perfecto. La expresión del módulo de elasticidad transversal tangente puede obtenerse mediante derivación de (9)

$$G_{\text{tan}} = \frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{G_0}{1 + \alpha r \left| \frac{\tau - \tau_0}{c \tau_y} \right|^{r-1}} \dots (10)$$

Los parámetros γ , r , α pueden obtenerse mediante ajuste a fin de que las curvas que relacionan los parámetros G (módulo de rigidez secante) y D (coeficiente de amortiguamiento de histéresis) con la deformación resulten similares a las obtenidas experimentalmente para suelos reales (7)

Valores típicos son:

$$\alpha = 5 \cdot 10^{-3}, r = 2,25, \gamma_y = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ para arenas}$$

$$\alpha = 0,10, r = 1,75, \gamma_y = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ para arcillas.}$$

2.3.- Integración de las ecuaciones del movimiento

La integración numérica de las ecuaciones (9) se ha realizado mediante la técnica de Argyris (12) de variación cúbica de la fuerza de inercia.

Se supone que en un intervalo de tiempo $[t_0, t_1]$ ($t_1 = t_0 + \Delta t$) la variación del vector de inercia

$\underline{\ddot{R}} = \underline{\ddot{M}} \underline{\ddot{u}}$ es de la forma

$$\underline{\ddot{R}} \bigg|_{t_0}^{t_0 + \Delta t} = H_{00} \underline{\ddot{R}}_0 + H_{10} \dot{\underline{\ddot{R}}}_0 + H_{01} \underline{\ddot{R}}_1 + H_{11} \dot{\underline{\ddot{R}}}_1 \dots (11)$$

Siendo $H_{00}, H_{10}, H_{01}, H_{11}$ los polinomios de L'Hermite de tercer orden, y $\underline{\ddot{R}}_K, \dot{\underline{\ddot{R}}}_K$ los valores del vector de inercia y su derivada en el instante t_K

$$\begin{aligned} H_{00} &= 1 - 3\lambda^2 + 2\lambda^3 \\ H_{10} &= (\lambda - 2\lambda^2 + \lambda^3) \Delta t \\ H_{01} &= 3\lambda^2 - 2\lambda^3 \\ H_{11} &= (-\lambda^2 + \lambda^3) \Delta t \end{aligned} \dots (12)$$

$$\lambda = \frac{t - t_0}{\Delta t} \quad (0 \leq \lambda \leq 1) \text{ es un parámetro temporal adimensional}$$

Por integraciones sucesivas de (11) se deducen las expresiones de la velocidad y el desplazamiento en el intervalo

$$\begin{aligned}\dot{\underline{U}}(t) &= \dot{\underline{U}}_0 + \int_{t_0}^t \ddot{\underline{U}}(t) dt \\ \underline{U}(t) &= \underline{U}_0 + \int_{t_0}^t \dot{\underline{U}}(t) dt\end{aligned}\quad \dots(13)$$

Realizando las integraciones se obtienen los valores $\dot{\underline{U}}(t_1) = \dot{\underline{U}}_1$ y $\underline{U}(t_1) = \underline{U}_1$

$$\dot{\underline{U}}_1 = \dot{\underline{U}}_0 + \frac{\Delta t}{12} \underline{M}^{-1} \left[6 \underline{R}_0 + \Delta t \dot{\underline{R}}_0 + 6 \underline{R}_1 - \Delta t \dot{\underline{R}}_1 \right] \dots(14a)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 + \dot{\underline{U}}_0 \Delta t + \frac{\Delta t^2}{60} \underline{M}^{-1} \left[21 \underline{R}_0 + 3 \Delta t \dot{\underline{R}}_0 + 9 \underline{R}_1 - 2 \Delta t \dot{\underline{R}}_1 \right] \dots(14b)$$

Las ventajas en cuanto a convergencia que presenta este esquema frente a técnicas más conocidas como la de Newmark o diferencias centrales han sido pues -tas de manifiesto mediante estudios comparativos (13)

El proceso de integración se plantea del modo siguiente:

Para un intervalo $[t_0, t_1]$ ($t_1 = t_0 + \Delta t$) se suponen conocidos los valores de estado del sistema en el instante inicial $\underline{U}_0, \dot{\underline{U}}_0, \underline{R}_0$.

A continuación:

- Se suponen unos valores iniciales de \underline{R}_1 y $\dot{\underline{R}}_1$
- Se calculan \underline{U}_1 y $\dot{\underline{U}}_1$ por medio de las ecuaciones (14-1) y (14-b), así como la aceleración
$$\ddot{\underline{U}}_1 = \underline{M}^{-1} \cdot \underline{R}_1$$
- Se determinan las deformaciones de corte γ_e y las velocidades de deformación $\dot{\gamma}_e$ en cada elemento a.
- Se calcula la tensión en cada elemento (ecuación 9) a partir de la deformación γ_e y de la historia de tensión deformación. Como la ecuación de Ramberg y Osgood no proporciona explícitamente la tensión en función de la deformación, sino a la inversa, es necesario recurrir a un proceso de Newton-Raphston. Además debe

controlarse el signo de la velocidad de de -
formación $\dot{\gamma}_e$. Una variación de signo de este
parámetro indica un cambio de rama en el ci-
clo de histéresis del elemento con variación
de los parámetros (γ_0 , τ_0) de la ecuación
constitutiva.

- e) Se calculan \underline{R}_1 y $\dot{\underline{R}}_1$ en el instante $t=t_1$ a -
partir de la ecuación del movimiento (8)

$$\underline{R}_1 = - \underline{C} \underline{\ddot{U}}_1 - \underline{L} \underline{\dot{T}}_1 + \int \rho_r v_{Sr} \underline{\dot{U}}_S(t_1) \dots (15a)$$

$$\dot{\underline{R}}_1 = - \underline{C} \underline{\ddot{U}}_1 - \underline{L} \underline{\dot{T}}_1 + \int \rho_r v_{Sr} \underline{\ddot{U}}_S(t_1) \dots (15b)$$

Las derivadas temporales de las tensiones -
elementales $\dot{\tau}_e$ que aparecen en la ultima -
ecuación pueden evaluarse mediante la regla
de la cadena

$$\dot{\tau}_e = \frac{d \tau_e}{dt} = \frac{d \tau_e}{d \gamma_e} \cdot \frac{d \gamma_e}{dt} = G_{\tan e} \cdot \dot{\gamma}_e \dots (16)$$

- f) Repetir el proceso desde b) hasta conseguir
la convergencia. El criterio proporcionado -
por Argyris es

$$\frac{\text{norma} (\underline{\dot{R}}_1^{n+1} - \underline{\dot{R}}_1^n)}{\text{norma} (\underline{\dot{R}}_1^{n+1})} \leq \epsilon \dots (17)$$

Donde ϵ es el índice de error relativo y los
superíndices indican el orden de la iteración

2.4.- Criterios de estabilidad del proceso

Argyris (12) ha proporcionado la expresión del -
radio espectral de la matriz de iteración en el proce-
so implícito para un sistema lineal de un grado de li-
bertad

$$|\lambda| = 0.065 (\omega \Delta t)^2 \dots (18)$$

Siendo:

λ : radio espectral
 ω : frecuencia natural del sistema
 Δt : intervalo de integración

El límite Δt para la estabilidad del proceso - en un sistema lineal será, por tanto

$$\omega \cdot \Delta t = 3,92 \quad \text{o bien}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = 0,62 \quad \dots(19)$$

Siendo T el periodo propio del sistema

En un sistema múltiple, la estabilidad exige que se verifique la (19) con $T=T_{\min}$ (periodo mínimo del sistema discretizado). Según Irons (14) una cota inferior de T_{\min} es el menor período propio de los elementos T_e . Por tanto

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{crit}} = 0.62 \quad T_e \leq 0.62 \quad T_{\min} \quad \dots(20)$$

$$\text{y siendo } T_e = 2 \frac{h_e}{V_{Se}}, \quad \Delta t \leq \Delta t_{\text{crit}} = 1,24 \frac{h_e}{V_{Se}} \quad \dots(21)$$

Siendo:

V_{Se} : velocidad de la onda en el elemento

h_e : altura del elemento

La ecuación (21) exige disminuir el tamaño del elemento cuando disminuye su rigidez para mantener la estabilidad del proceso.

3-EJEMPLO DE APLICACION

En base a la formulación expuesta, se ha desarrollado un programa de cálculo, denominado SWAN, con el que se han estudiado diversos casos. En la Figura 6 pueden verse los resultados de un perfil típico de suelo sometido a un movimiento de entrada sinusoidal, de frecuencia 1 c.p.s. y aceleración máxima 0.10 g. El aspecto de la curva tensión-deformación del Elemento 2, que se ha dibujado, concuerda bien con las obtenidas mediante ensayos cíclicos en suelos reales (7).

Las características del perfil fueron:

H=30.5 m. (homogéneo) $V_s=228$ m/seg Peso esp.= $2T/m^3$

Los parámetros adoptados para el modelo de Ramberg - Osgood fueron $\alpha=0.05$, $r=2.0$, $\gamma=10^{-5}$.

El análisis se realizó dividiendo el perfil en 3 Elementos Finitos iguales.

4.- CONCLUSIONES

En la presente comunicación se ha planteado el problema de la amplificación del movimiento sísmico - en un medio unidimensional de comportamiento no lineal mediante una formulación de elementos finitos. La no linealidad se ha simulado por medio de las ecuaciones de Ramberg y Osgood, cuyos parámetros son fácilmente ajustables a partir de ensayos sencillos. La ecuación del movimiento resultante se ha integrado numéricamente en el dominio del tiempo utilizando la técnica de variación cúbica de la fuerza de inercia, de gran eficiencia de cálculo.

La respuesta obtenida por medio de una análisis pretendidamente no lineal en el dominio de la frecuencia (SHAKE) presenta acusadas discrepancias con respecto a la determinada a partir de la formulación propuesta para los casos estudiados, especialmente con suelos muy blandos y/o intensidades de excitación elevadas.

La extensión de la formulación a situaciones bi o tridimensionales permitiría apreciar la influencia de la topografía en la respuesta dinámica del terreno y no supone ningún cambio conceptual fundamental respecto al modelo expuesto. Podría llevarse a cabo mediante la incorporación de elementos infinitos, aunque exigiría la adopción de algunas hipótesis en relación con la variación de un segundo parámetro elástico con las deformaciones en las ecuaciones constitutivas.

5.- REFERENCIAS

- 1.- N.M.NEWMARK y E.ROSENBLUETH: "Fundamentals of Earthquake Engineering". Prentice-Hall Inc. - Englewood Cliffs, N.Jersey 1.971
- 2.- S.OKAMOTO: "Introduction to Earthquake Engineering". University of Tokyo Press, 1.970
- 3.- I.M.IDRISS: "Characteristics of Earthquakes - Ground Motions" Proceedings, Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Vol.III ASCE. Pasadena, Cal. 1.978
- 4.- H.B.SEED, J.LYSMER y R.HWANG: "Soil-Structure Interaction Analyses for Seismic Response" ASCE Journ.Geot.Eng. División GT5, May: 1.975
- 5.- KANAI K.: "Relation between the Nature of Surface Layer and the Amplitude of Earthquake motions". Bull.Earthquake Research Institute Tokyo University Vol. 30 1.952 pp. 31-37
- 6.- J.M.ROESSET y R.V.WHITMAN: "Theoretical Background for Amplification Studies: Rep.5, Effect of Local Soil Conditions Upon Earthquake Damage" Dept. of Civil Eng. MIT Res.Rep. R 69-15 Marzo 1.969
- 7.- H.B.SEED y I.M.IDRISS: "Soil Moduli and Damping factors for Dynamic Response Analysis" Univ. of California EERC. Report No. EERC 70-10 Diciembre 1.970
- 8.- P.B.SHNABEL, J.LYSMER y H.B.SEED: "SHAKE: A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites" Report No.EERC, 72-12. EERC, University of California, Berkeley Cal. Diciembre 1.972
- 9.- I.M.IDRISS y H.B.SEED: "Seismic Response of Horizontal Soil Layers" ASCE, Journal of the Soil Mech. and Found, Div SM4. Julio 1.968
- 10.- C.MIRAGALL: "Aportación al Estudio de la Respuesta Dinámica de Suelos Estratificados en Régimen No Lineal". Tesis Doctoral E.T.S.I.C.C.P. Valencia, 1.981

- 11.- W.RAMBERG Y W.R.OSGOOD: "Description of Strees -Strain Curves by three Parameters". Technical Note 902 NACA Julio 1.943
- 12.- J.H.ARGYRIS, P.C.DUNEE y T.ANGELOPOULOS: "Dynamic Response by Large Step Integration" - Computer Methods in Applied Mechanics and - Engineering Vol.2 pp 185-203, 1.973
- 13.- A.SAMARTIN:"Sistemas con N grados de libertad" C.MIRAGALL:"Solución en diferencias .Problemas no lineales" Curso básico de Ingeniería Sísmica E.T.S.I.C.C.P., Santander, Junio 1.981
- 14.- B.M.IRONS.: "Applications of a theorem on - eigenvalues to finite element problems" Univ. of Wales. Dept.of Civ.Eng. Swansea, 1.970

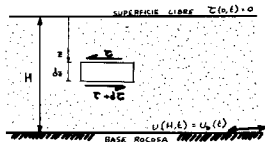


FIGURA 1.- AMPLIFICACION UNIDIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO SISMICO.

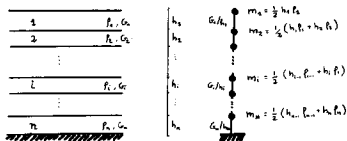


FIGURA 2.- DEPOSITO DE SUELOS ESTRATIFICADO Y MODELO DE MASAS CONCENTRADAS DE SEED E IDRISSE.

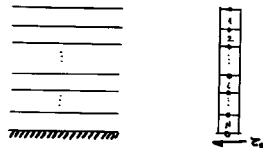


FIGURA 3.- DEPOSITO DE SUELOS ESTRATIFICADO Y DISCRETIZACION EN ELEMENTOS FINITOS.

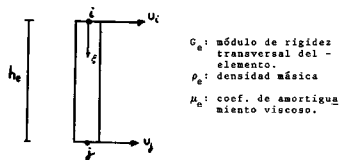


FIGURA 4.- ELEMENTO FINITO UNIDIMENSIONAL

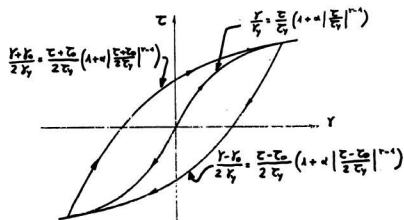


FIGURA 5.- RELACION TENSION-DEFORMACION EN EL
MODELO DE RAMBERG Y OSGOOD.

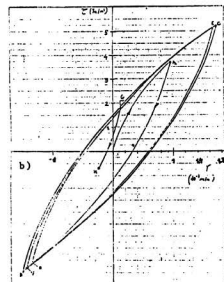
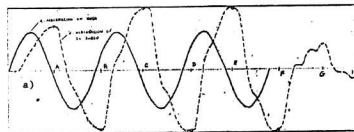


FIGURA 6. RESULTADOS DEL ANALISIS NO LINEAL DEL
PERFIL MENCIONADO. a) ACELEROGRAMA DE ENTRADA
Y ACELEROGRAMA EN SUPERFICIE. b) HISTORIA DE
TENSION-DEFORMACION DE UN ELEMENTO